

H27年度後期

# 統計学

## 第13回 母平均の差の検定

茅野 光範 (かやの みつのり)

# 講義の予定 第9回～期末試験

- 12/14 [茅野] 標本と標本分布1
- 12/21 [茅野] 標本と標本分布2
- 1/18 [茅野] 区間推定
- 1/25 [茅野] 仮説検定の基礎
- **2/1 [茅野] 母平均の検定(t-検定)**
- 2/8 [茅野] いろいろな仮説検定と  
まとめ
- **2/15 [姜、茅野] 期末試験(予定)**
- 2/22 [茅野] 予備日

推測統計学

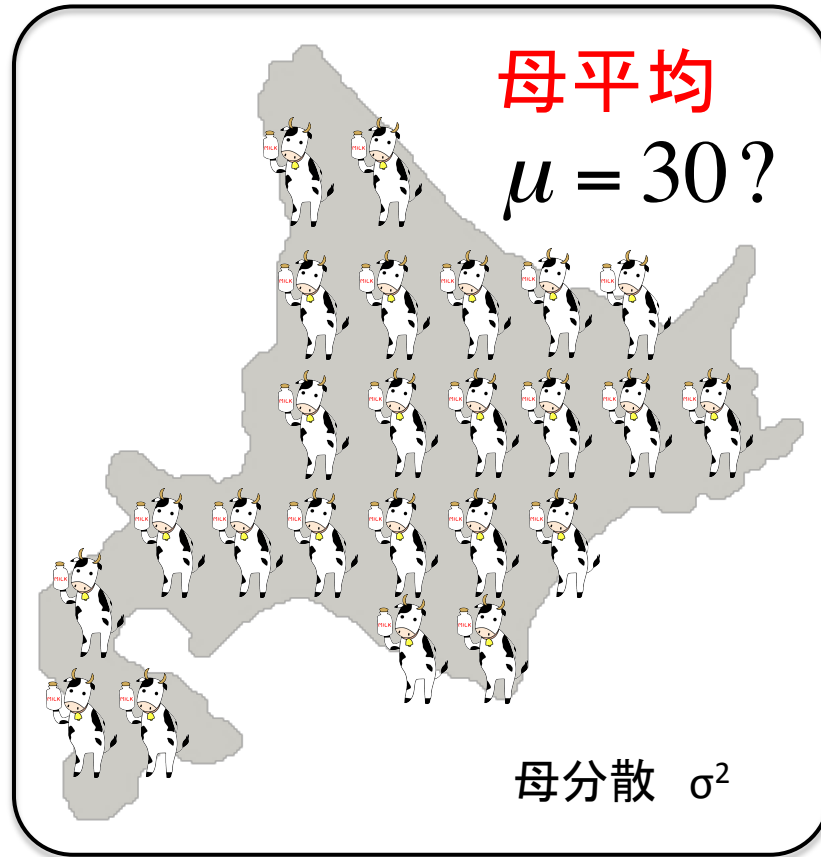
教科書  
第4、5、6章

90分／1回 × 15回 = 22.5時間

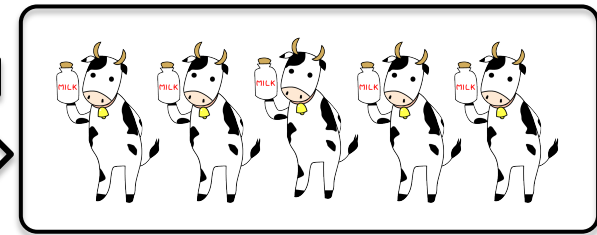
# 復習

## 仮説検定の考え方：母平均の検定

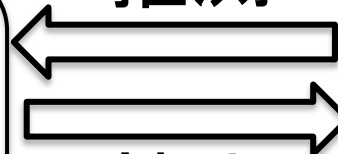
母集団



標本



推測



抽出

データ

$$X_1 = 29, X_2 = 27, X_3 = 31, \dots$$

標本平均  $\bar{X} = 28$

$\bar{X} < \mu$  だが

$\mu \neq 30$  としてよいか？

## 復習

# 仮説検定の考え方：母平均の検定

仮説A(帰無仮説) :  $\mu = 30$

仮説B(対立仮説) :  $\mu \neq 30$  ( $\mu > 30$   
 $\mu < 30$  の場合あり)

手持ちのデータ  $\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$  から, この仮説を検証する  
 $X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$

つまり、手持ちのデータから計算した平均値  $\bar{X}$  が  
30のまわりにあるか、離れているのか、で、  
仮説を検証する

⇒ 帰無仮説:  $\mu = 30$  が正しいと仮定してみる

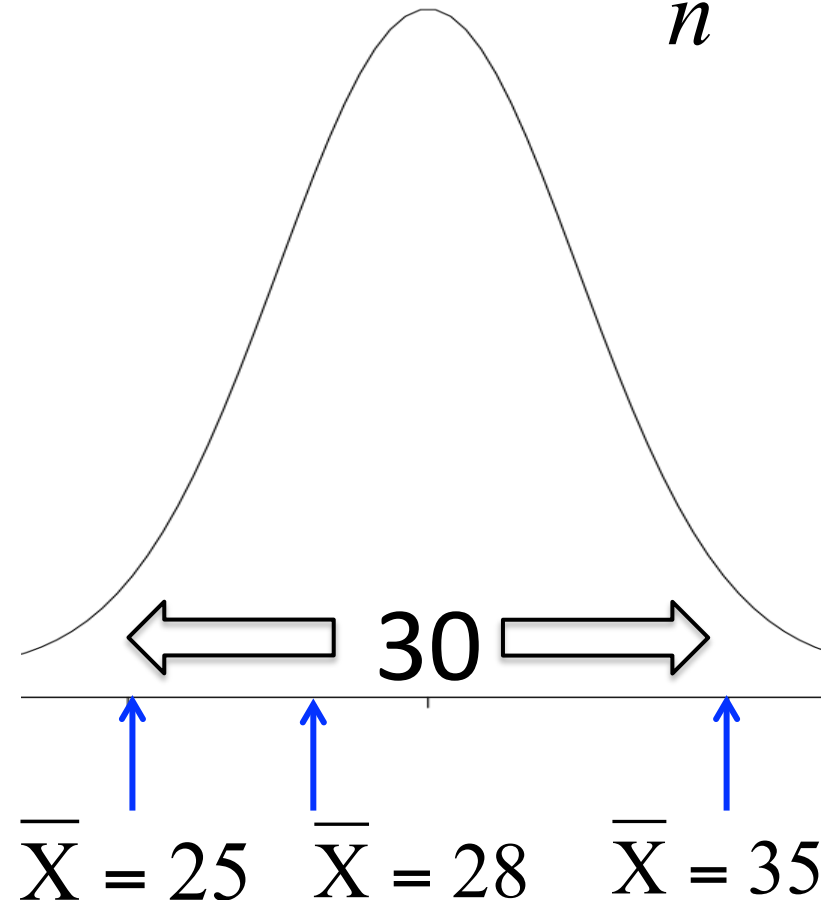
復習

帰無仮説:  $\mu = 30$  が正しいとすると、

平均値は30のまわりに出るので、 $\bar{X} \sim N(30, \frac{\sigma^2}{n})$

$\bar{X} < 25, \bar{X} > 35$  なら  
 $\mu \neq 30$  としてもよさそう

平均値が分布の端にある  
なら、帰無仮説は間違い!  
そうでないなら、  
帰無仮説は正しいかも



復習

帰無仮説 :  $\mu = 30$  が正しいとすると、

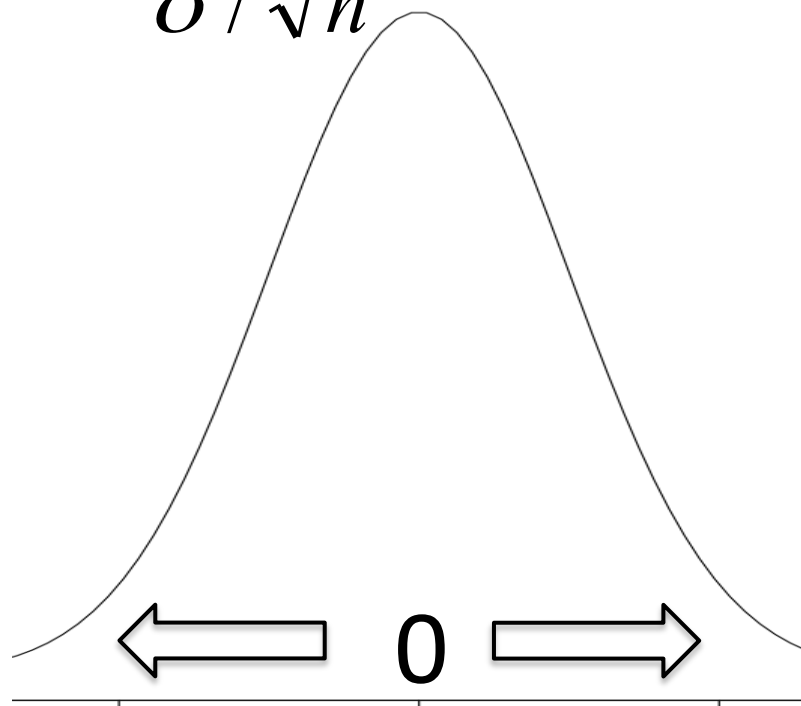
$Z = \frac{\bar{X} - 30}{\sigma / \sqrt{n}}$  は0のまわりに出る

$$\frac{\bar{X} - 30}{\sigma / \sqrt{n}} \sim N(0,1)$$

Zが分布の端にあるなら

$\mu \neq 30$  としてもよさそう

p値で判断する！！



# p値

手持ちのデータから計算した値(zなど)が、  
帰無仮説のもとで出る確率

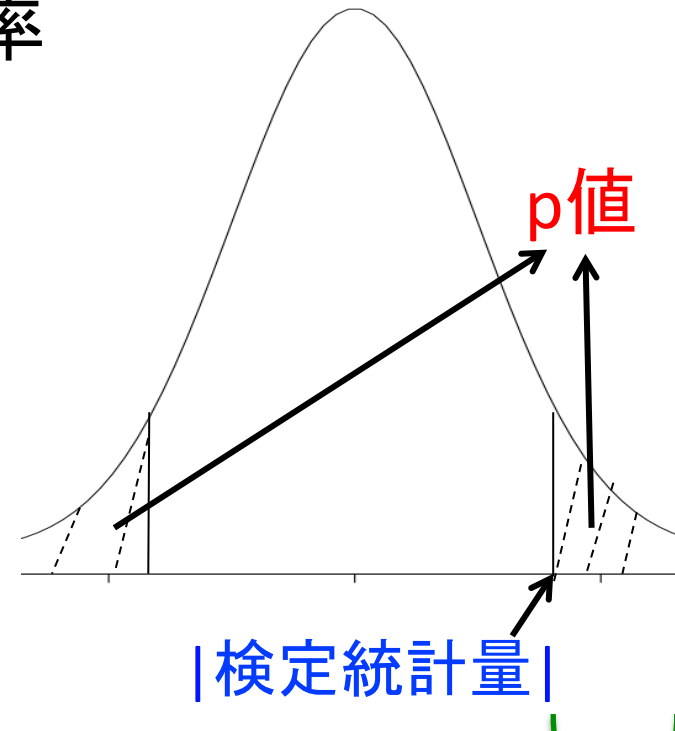
- p値が小さい( $<0.05$ )
  - ⇒ 帰無仮説は、正しくないようだ
  - ⇒ 帰無仮説を棄却する

- 小ささの判断

p値 $<0.05$  or  $0.01$  なら

十分小さいとする

$0.05$ や $0.01$ : 有意水準という



この面積  
 $< 0.025$ かどうか

- p値の求め方 1: 分布の両端を調べる (両側検定)  
2: 分布の片側だけを調べる (片側検定)

# 復習

## まとめ: $\mu = \mu_0$ の検定

1.  $\sigma^2$  の値がわかっている場合

検定統計量: 
$$\frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$$

分布:  $N(0,1)$

2.  $\sigma^2$  の値がわからない場合

検定統計量: 
$$\frac{\bar{X} - \mu_0}{S / \sqrt{n-1}}$$

分布:  $t_{n-1}$

参考:

$$\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} \sim N(0,1)$$

帰無仮説のもとで、  
ここは、 $\mu_0$  になる

$$\frac{\bar{X} - \mu}{S / \sqrt{n-1}} \sim t_{n-1}$$



## 復習

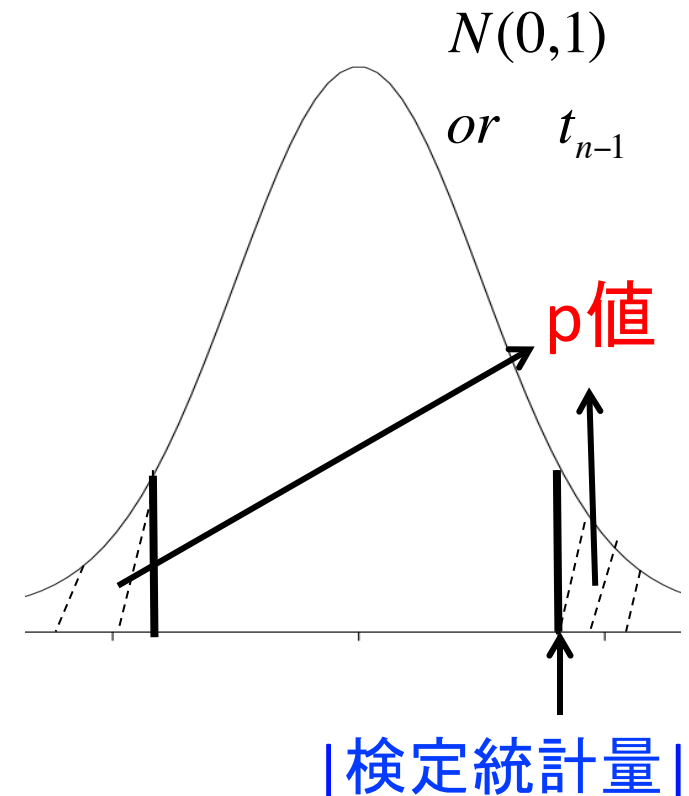
# $\mu = \mu_0$ の検定の手順 (p値を求める)

準備: 有意水準  $\alpha$  を決める

1. 帰無仮説は  $H_0: \mu = \mu_0$
2. 対立仮説を決める  $H_1: \mu \neq \mu_0$  ( $\mu > \mu_0$  or  $\mu < \mu_0$ ?)
3. 検定統計量の値を計算する

$$\frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} \quad \text{or} \quad \frac{\bar{X} - \mu_0}{S / \sqrt{n-1}}$$

4.  $H_0$ のもとでの検定統計量の分布が決まるので、p-値を求める
5. p値  $\leq \alpha$ かどうかを調べる
6. p値  $\leq \alpha$ なら  $H_0$ を棄却し  $H_1$ を採択  
そうでないなら  $H_0$ を受容



## 復習

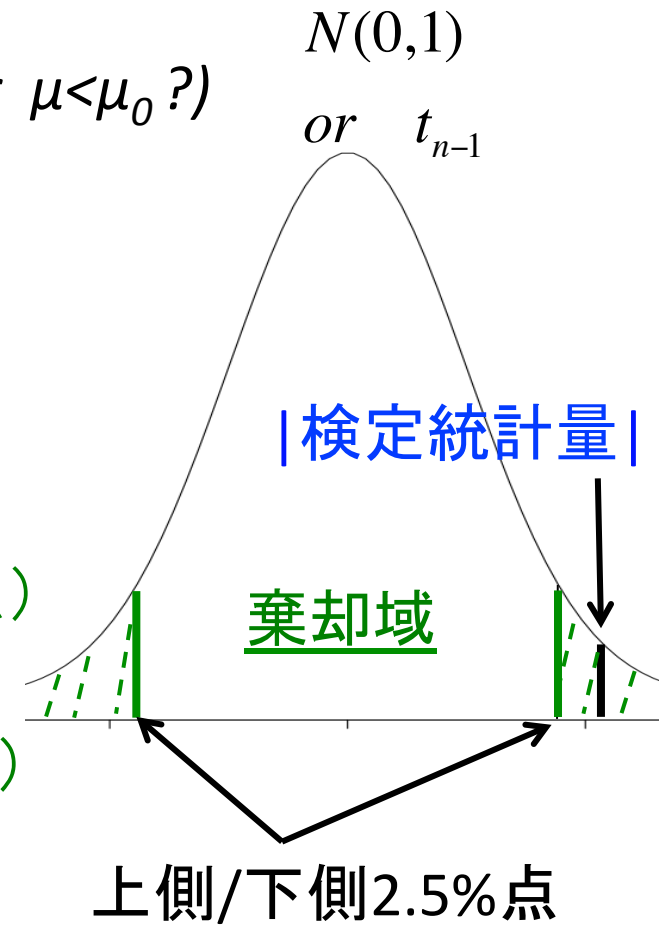
# $\mu = \mu_0$ の検定の手順 (p値を求めない)

準備: 有意水準  $\alpha$  を決める

1. 帰無仮説は  $H_0: \mu = \mu_0$
2. 対立仮説を決める  $H_1: \mu \neq \mu_0$  ( $\mu > \mu_0$  or  $\mu < \mu_0$ ?)
3. 検定統計量の値を計算する

$$\frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} \quad \text{or} \quad \frac{\bar{X} - \mu_0}{S / \sqrt{n-1}}$$

4.  $H_0$ のもとでの検定統計量の分布が決まるので、上側  $\alpha/2 \times 100\%$  点を求める
5.  $|\text{検定統計量の値}| \geq (\text{上側 } \alpha/2 \times 100\% \text{ 点})$ かを調べる
6.  $|\text{検定統計量の値}| \geq (\text{上側 } \alpha/2 \times 100\% \text{ 点})$ なら  $H_0$ を棄却し  $H_1$ を採択  
そうでないなら  $H_0$ を受容



$\alpha = 0.05$  のとき

# 帰無仮説と対立仮説をどうするか？

講義で扱う検定について

- 母平均がある値に等しいか ( $\mu=\mu_0$ ) の検定

帰無仮説  $H_0$ : 等しい  $\mu=\mu_0$

対立仮説  $H_1$ : 等しくない  $\mu\neq\mu_0$  or  $\mu>\mu_0$  or  $\mu<\mu_0$

- 2つの母平均が等しいか ( $\mu_1=\mu_2$ ) の検定

帰無仮説  $H_0$ : 等しい  $\mu_1=\mu_2$

対立仮説  $H_1$ : 等しくない  $\mu_1\neq\mu_2$  or  $\mu_1>\mu_2$  or  $\mu_1<\mu_2$

- 薬の効果があるかどうかの検定

帰無仮説  $H_0$ : 薬の効果はない

対立仮説  $H_1$ : 薬の効果はある

# 帰無仮説と対立仮説が決まったら

- 検定統計量を定める(決まっている)

$$\frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} \quad \text{or} \quad \frac{\bar{X} - \mu_0}{S / \sqrt{n-1}} \quad \text{or....}$$

- 検定統計量の分布を求める(求まっている)

ただし、帰無仮説のもとでの分布

正規分布 or t-分布 or ...

- あとは、p値を求めたりすればいい

注： 何の検定をするかによって、

仮説や検定統計量、分布は異なるが、手順は全く同じ

あと、確認すべきことは、前提条件(データが正規分布に従う、など)

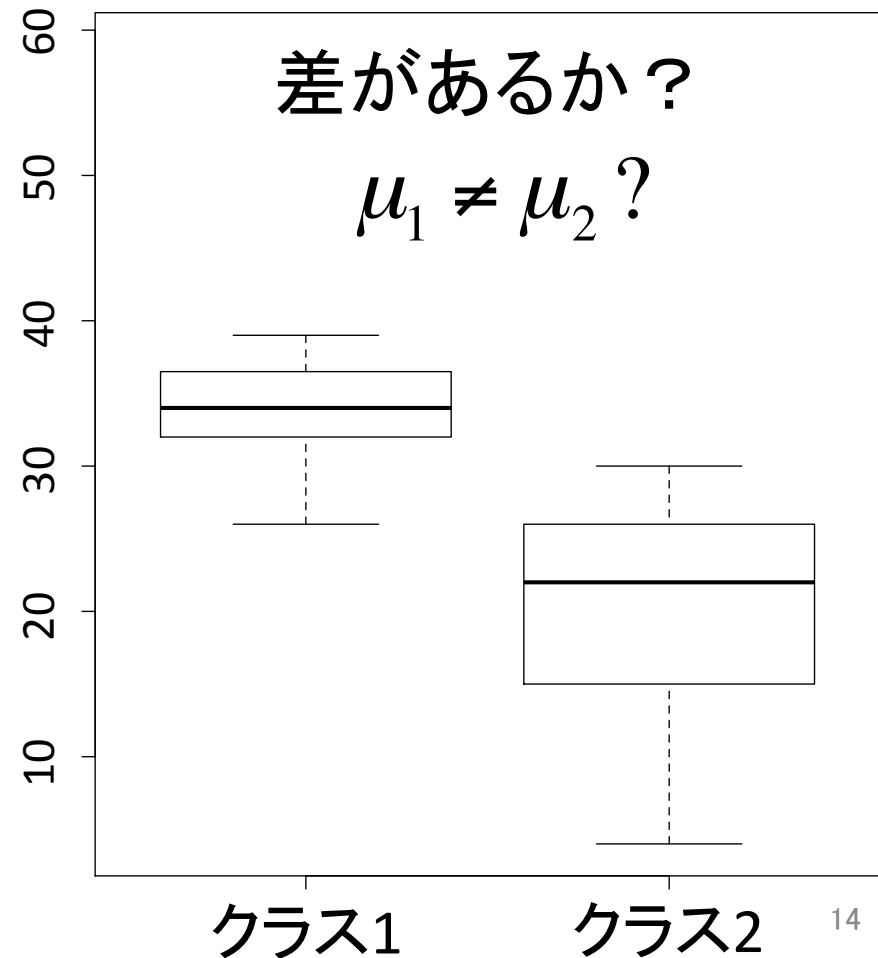
# 用語まとめ

- 帰無仮説 : これから否定する仮説(!)
- 対立仮説 : 帰無仮説の逆(主張したい仮説)
- 検定統計量 : 検定に使う統計量
- **p値** : 確率の値
- 有意水準 : **p値**の閾値
- 帰無仮説を棄却する: 帰無仮説は正しくないと判断
- 対立仮説を採択する: 対立仮説が正しいと判断
- 帰無仮説を受容する: 帰無仮説が正しくないとはいえない と判断

その他: 両側検定と片側検定 教科書p104  
第1種の誤り, 第2種の誤り 教科書p105

# 今日学ぶこと

- 母平均の差の検定 (t-検定)
- エクセルでt検定



# 母平均の差の検定 (t検定)

帰無仮説 $H_0$ :  
差がない

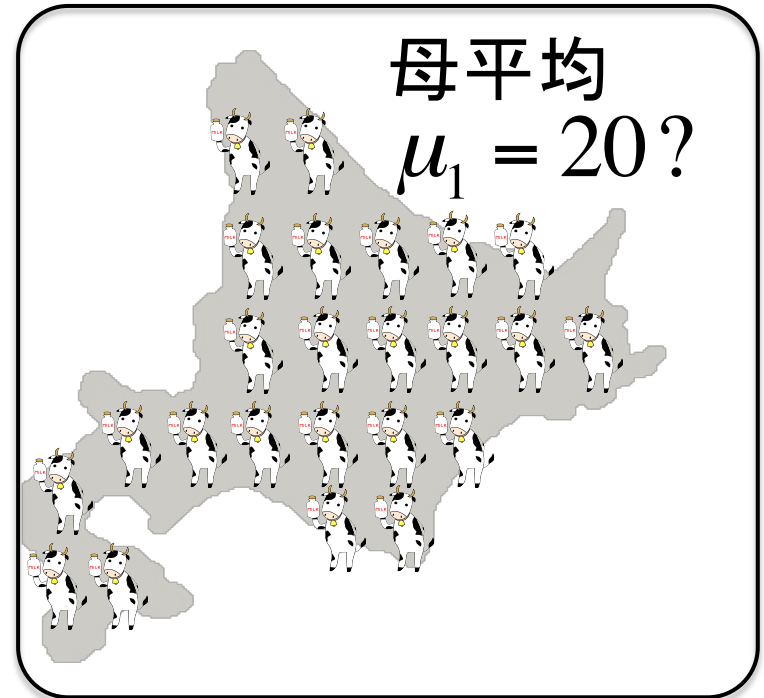
$$\mu_1 = \mu_2$$

対立仮説 $H_1$ :  
差がある

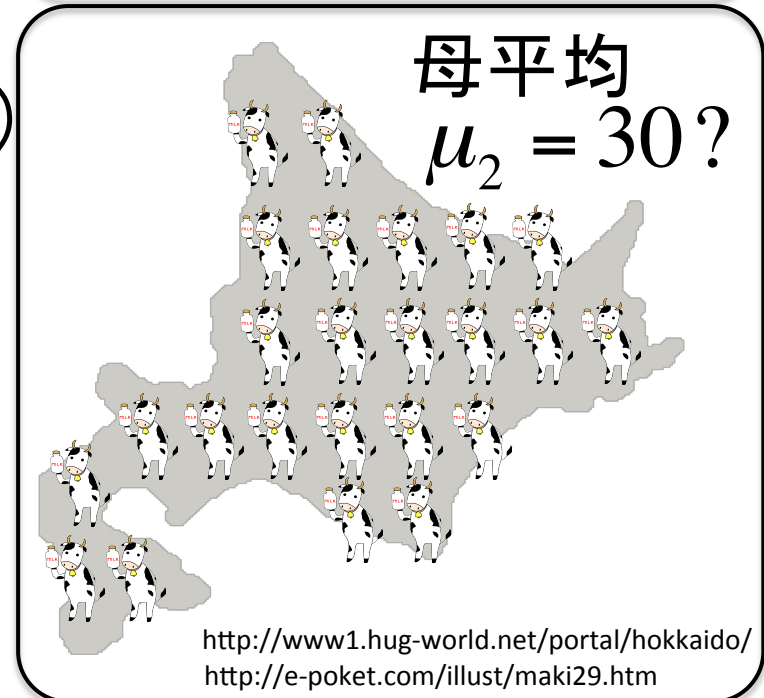
$$\mu_1 \neq \mu_2$$

⇒ 統計的に有意な差があるか？

母集団1(昔)



母集団2(今)

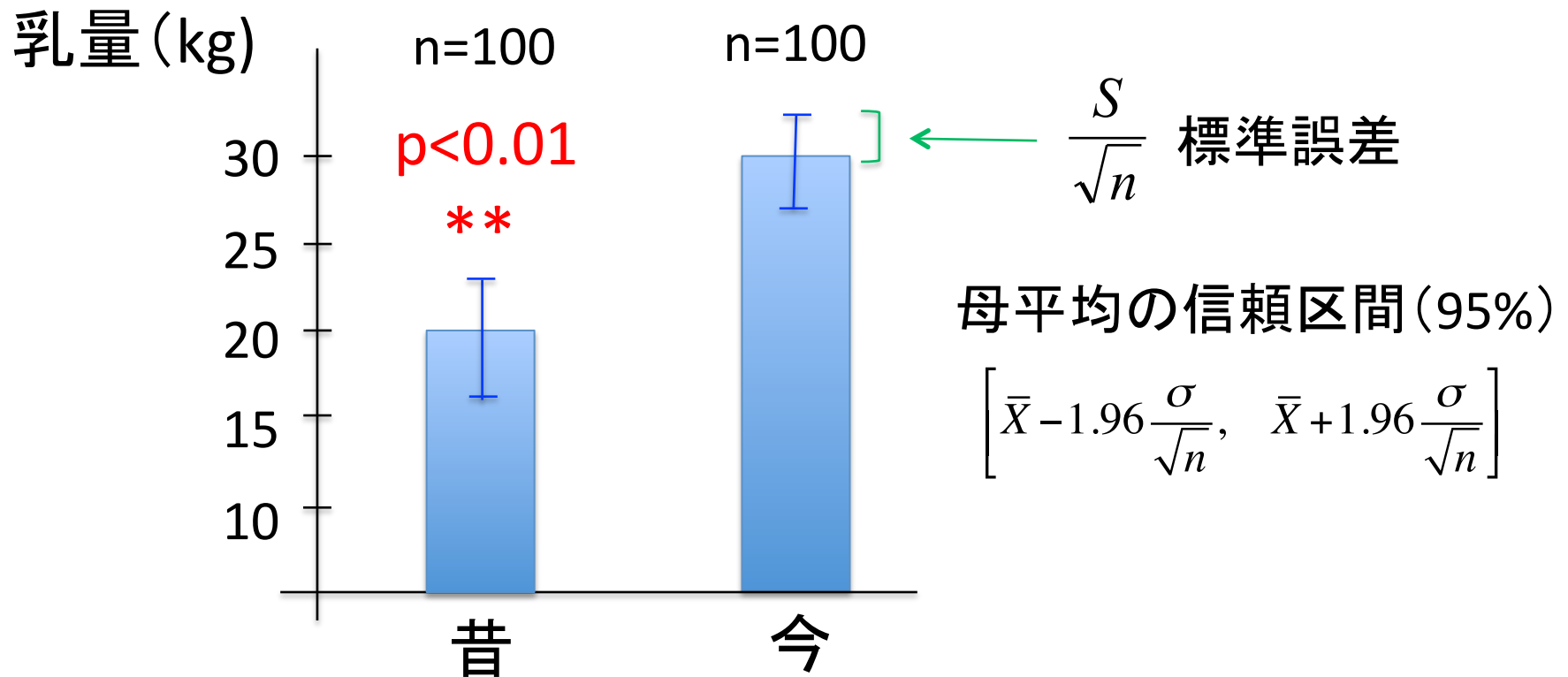


# t検定の結果の表し方

棒グラフに星をつける  
昔と今の乳量に有意差あり

\* :  $p < 0.05$

\*\* :  $p < 0.01$

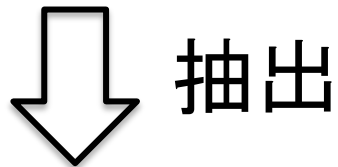


エラーバー(信頼区間に比例)も入れている



# 問題の設定

母集団1  $N(\mu_1, \sigma_1^2)$

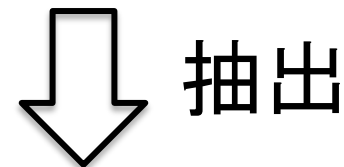


データ:  $X_1, \dots, X_m$

平均値:  $\bar{X} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m X_i$

標本分散:  $S_X^2 = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (X_i - \bar{X})^2$

母集団2  $N(\mu_2, \sigma_2^2)$



データ:  $Y_1, \dots, Y_n$

平均値:  $\bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i$

標本分散:  $S_Y^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2$

$\bar{X}$  と  $\bar{Y}$  がどのくらい離れたらいいか?

$\bar{X} - \bar{Y}$  が 0 から, どのくらい離れたらいいか?

# $\bar{X} - \bar{Y}$ の分布から検定統計量を求める

1.  $\sigma_1^2, \sigma_2^2$ の値がわかっている場合

$$\bar{X} \sim N\left(\mu_1, \frac{\sigma_1^2}{m}\right) \quad \bar{Y} \sim N\left(\mu_2, \frac{\sigma_2^2}{n}\right) \quad \text{を使う}$$

2.  $\sigma_1^2, \sigma_2^2$ の値がわからない場合   ただし,  $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$   
⇒ t-分布が出て来そう

3.  $\sigma_1^2, \sigma_2^2$ の値がわからない場合 ( $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ )  
⇒ t-分布が出てきそう

重要！

## $\mu_1 = \mu_2$ の検定の検定統計量と分布

1.  $\sigma_1^2, \sigma_2^2$  の値がわかっている場合

$$\frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{m} + \frac{\sigma_2^2}{n}}} \sim N(0,1)$$

2.  $\sigma_1^2, \sigma_2^2$  の値がわからない場合

ただし,

$$\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$$

$$\frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{\frac{m+n}{mn(m+n-2)} (mS_X^2 + nS_Y^2)}} \sim t_{m+n-2}$$

# 1. $\sigma_1^2, \sigma_2^2$ の値がわかっている場合

まず,  $\bar{X} - \bar{Y}$ の分布を求める

$$\bar{X} \sim N\left(\mu_1, \frac{\sigma_1^2}{m}\right) \quad \bar{Y} \sim N\left(\mu_2, \frac{\sigma_2^2}{n}\right) \text{ を使うと,}$$

$$\bar{X} - \bar{Y} \sim N\left(\mu_1 - \mu_2, \frac{\sigma_1^2}{m} + \frac{\sigma_2^2}{n}\right)$$

正規分布の足し算、引き算は、正規分布にしたがうことと、期待値 & 分散の公式を使った

$$E(aX + bY) = aE(X) + bE(Y) \quad a = 1, b = -1$$

$$V(aX + bY) = a^2V(X) + b^2V(Y)$$

$\bar{X} - \bar{Y}$  の分布  $\bar{X} - \bar{Y} \sim N\left(\mu_1 - \mu_2, \frac{\sigma_1^2}{m} + \frac{\sigma_2^2}{n}\right)$

標準化

$$\frac{(\bar{X} - \bar{Y}) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{m} + \frac{\sigma_2^2}{n}}} \sim N(0,1)$$

帰無仮説  $H_0: \mu_1 = \mu_2$  のもとでは、

$\mu$ が消える！

$$\frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{m} + \frac{\sigma_2^2}{n}}} \sim N(0,1)$$

これが  
検定統計量と分布

# $\mu_1 = \mu_2$ の検定の検定統計量と分布

1.  $\sigma_1^2, \sigma_2^2$  の値がわかっている場合

$$\frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{m} + \frac{\sigma_2^2}{n}}} \sim N(0,1)$$

2.  $\sigma_1^2, \sigma_2^2$  の値がわからない場合

ただし,

$$\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$$

???

## 2. $\sigma_1^2, \sigma_2^2$ の値がわからない場合

ただし,  $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$

$\sigma_1^2, \sigma_2^2$ を $S_X^2, S_Y^2$ でおきかえると, t分布が出て来そう

$$\frac{(\bar{X} - \bar{Y}) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{m} + \frac{\sigma_2^2}{n}}} \sim N(0,1)$$



$$\frac{(\bar{X} - \bar{Y}) - (\mu_1 - \mu_2)}{?? \sqrt{\frac{S_X^2}{?} + \frac{S_Y^2}{?}}} \sim t_?$$

参考

$$\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} \sim N(0,1)$$



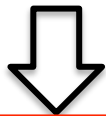
$$\frac{(\bar{X} - \mu)}{S / \sqrt{n-1}} \sim t_{n-1}$$

## 2. $\sigma_1^2, \sigma_2^2$ の値がわからない場合

ただし,  $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$

$\sigma_1^2, \sigma_2^2$ を $S_X^2, S_Y^2$ でおきかえると, t分布が出て来る

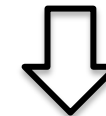
$$\frac{(\bar{X} - \bar{Y}) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{m} + \frac{\sigma_2^2}{n}}} \sim N(0,1)$$



$$\frac{(\bar{X} - \bar{Y}) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{m+n}{mn(m+n-2)}(mS_X^2 + nS_Y^2)}} \sim t_{m+n-2}$$

参考

$$\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} \sim N(0,1)$$



$$\frac{(\bar{X} - \mu)}{S / \sqrt{n-1}} \sim t_{n-1}$$



# 参考： t分布が出て来ることの詳細

t分布の定義、分散の分布を使った

2つの変数と分布：

$$\frac{(\bar{X} - \bar{Y}) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{m} + \frac{\sigma_2^2}{n}}} \sim N(0,1)$$

$$\frac{mS_X^2 + nS_Y^2}{\sigma^2} \sim \chi_{m+n-2}^2$$

これらからのt分布：

$$\frac{\frac{(\bar{X} - \bar{Y}) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{m} + \frac{\sigma_2^2}{n}}}}{\sqrt{\frac{mS_X^2 + nS_Y^2}{\sigma^2} / (m+n-2)}} \sim t_{m+n-2}$$

$$\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$$

- $\bar{X} - \bar{Y}$  の分布 (標準化した)

$$\frac{(\bar{X} - \bar{Y}) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{m+n}{mn(m+n-2)} (mS_X^2 + nS_Y^2)}} \sim t_{m+n-2}$$

$\mu$ が消える!

- 帰無仮説  $H_0: \mu_1 = \mu_2$  のもとでは,

$$\frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{\frac{m+n}{mn(m+n-2)} (mS_X^2 + nS_Y^2)}} \sim t_{m+n-2}$$

これが  
検定統計量  
と分布

重要！

## $\mu_1 = \mu_2$ の検定の検定統計量と分布

1.  $\sigma_1^2, \sigma_2^2$  の値がわかっている場合

$$\frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{m} + \frac{\sigma_2^2}{n}}} \sim N(0,1)$$

2.  $\sigma_1^2, \sigma_2^2$  の値がわからない場合

ただし,

$$\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$$

$$\frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{\frac{m+n}{mn(m+n-2)} (mS_X^2 + nS_Y^2)}} \sim t_{m+n-2}$$

重要！

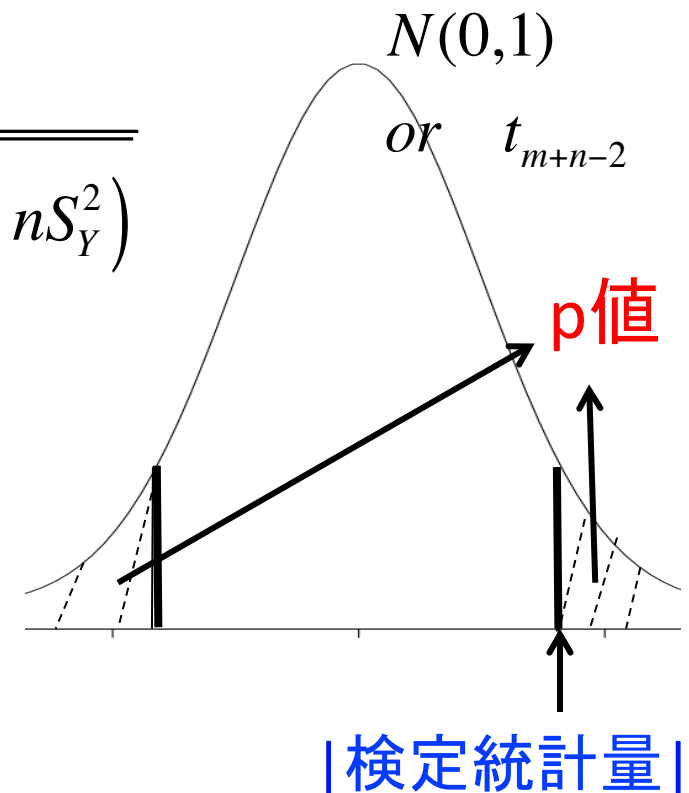
# $\mu_1 = \mu_2$ の検定の手順 (p値を求める)

準備: 有意水準  $\alpha$  を決める

1. 帰無仮説は  $H_0: \mu_1 = \mu_2$
2. 対立仮説を決める  $H_1: \mu_1 \neq \mu_2$  ( $\mu_1 < \mu_2$  or  $\mu_1 > \mu_2$ ?)
3. 検定統計量の値を計算する

$$\frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{m} + \frac{\sigma_2^2}{n}}} \quad \text{or} \quad \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{\frac{m+n}{mn(m+n-2)} (mS_X^2 + nS_Y^2)}}$$

4.  $H_0$  のもとでの分布が決まるので、p-値を求める
5. p値  $\leq \alpha$  かどうかを調べる
6. p値  $\leq \alpha$  なら  $H_0$  を棄却し  $H_1$  を採択  
そうでないなら  $H_0$  を受容



# $\mu_1 = \mu_2$ の検定の手順 (p値を求めない)

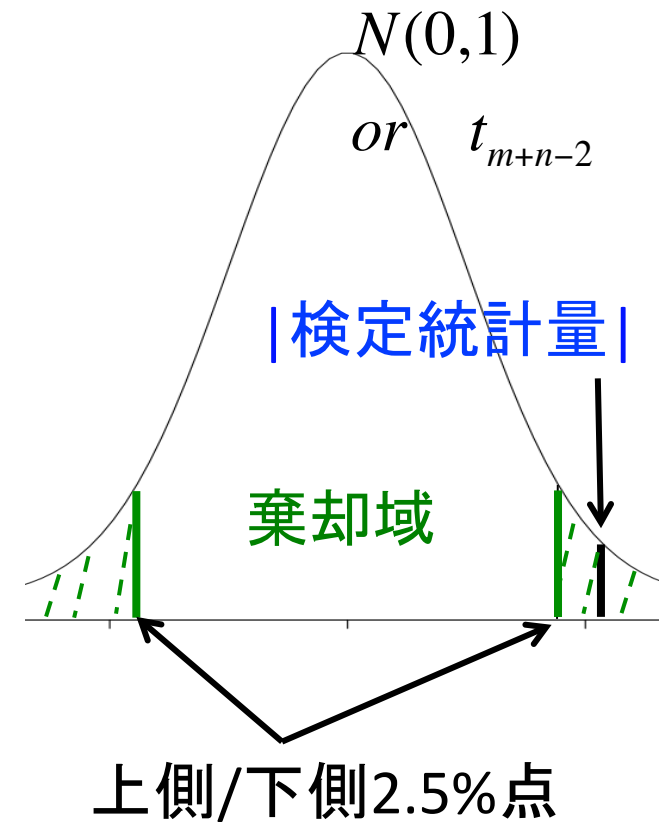
準備: 有意水準  $\alpha$  を決める

1. 帰無仮説は  $H_0: \mu_1 = \mu_2$
2. 対立仮説を決める  $H_1: \mu_1 \neq \mu_2$  ( $\mu_1 < \mu_2$  or  $\mu_1 > \mu_2$ ?)

3. 検定統計量の値を計算する

$$\frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{m} + \frac{\sigma_2^2}{n}}} \quad \text{or} \quad \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{\frac{m+n}{mn(m+n-2)}(mS_X^2 + nS_Y^2)}}$$

4.  $H_0$ のもとでの分布が決まるので、  
上側  $\alpha/2 \times 100\%$  点を求める
5. |検定統計量の値|  
 $\geq$  (上側  $\alpha/2 \times 100\%$  点) かを調べる
6. 5が成り立つなら  $H_0$  を棄却し  $H_1$  を採択  
そうでないなら  $H_0$  を受容

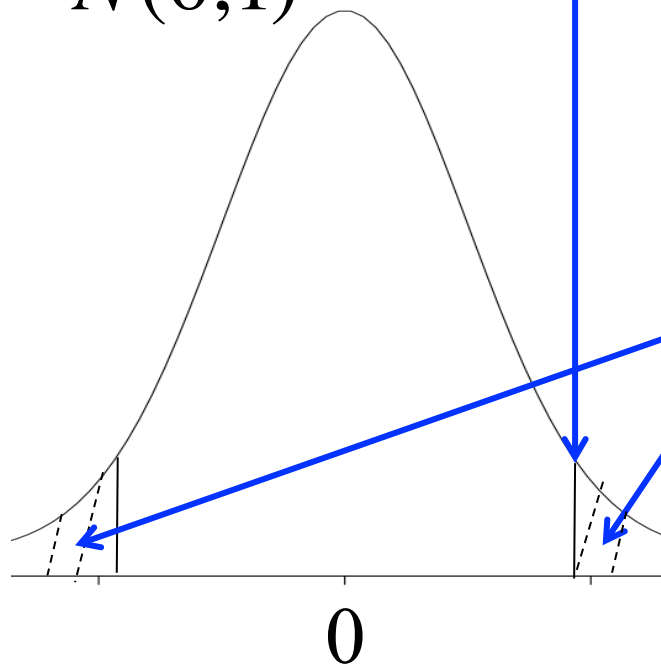


$\alpha = 0.05$  のとき

# 1. $\sigma_1^2, \sigma_2^2$ の値がわかっている場合

検定統計量: 
$$\frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{m} + \frac{\sigma_2^2}{n}}}$$

分布:  $N(0,1)$



この面積を求める  
(p値)

両側検定

## 2. $\sigma_1^2, \sigma_2^2$ の値がわからない場合

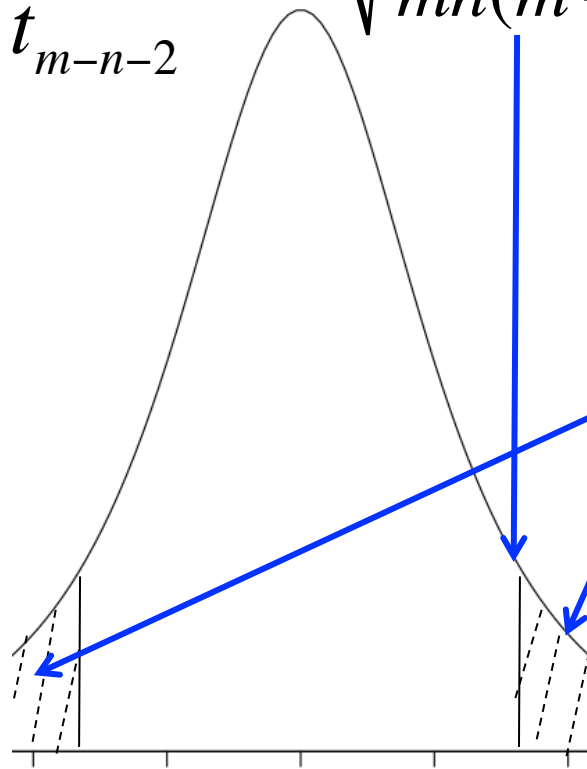
$$\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$$

$$\bar{X} - \bar{Y}$$

検定統計量:

$$\frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{\frac{m+n}{mn(m+n-2)}(mS_X^2 + nS_Y^2)}}$$

分布:  $t_{m+n-2}$



この面積を求める

(p値)

両側検定

自由度 $m+n-2$ のt分布の確率密度関数

## 補足

3.  $\sigma_1^2, \sigma_2^2$ の値がわからない場合

$$\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$



## 参考

$\mu_1 = \mu_2$  の検定の検定統計量と分布  
3.  $\sigma_1^2, \sigma_2^2$  の値がわからない場合

$$\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

Welch (ウェルチ) の方法

$$\frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{\frac{S_X^2}{m-1} + \frac{S_Y^2}{n-1}}} \sim t_u \quad (\text{近似的})$$

$$\frac{1}{u} = \frac{c^2}{m-1} + \frac{(1-c)^2}{n-1}$$

$$c = \frac{\frac{S_X^2}{m-1}}{\frac{S_X^2}{m-1} + \frac{S_Y^2}{n-1}}$$

uの値は小数点以下を切り捨てて、自然数にする

## 例題： 例6.3.1 [少し改]

2つの学科で統計学の試験をした。A学科の平均点は60点，標本分散は144，B学科の平均点は55点，標本分散は225であった。A学科，B学科の学生数は，それぞれ21人，41人であった。A学科とB学科の試験成績に差があると言えるか，有意水準0.05で検定せよ。ただし，各学科の試験得点は正規分布に従い、A学科とB学科の分散は等しいと見なせるとする。また，自由度60のt分布に従う確率変数Tについて， $P(T \geq 1.304) = 0.099$  となることを使ってよい。

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2,$$

$$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2,$$

$$\bar{X} = 60, S_X^2 = 144, m = 21$$

$$\bar{Y} = 55, S_Y^2 = 225, n = 41$$

## 検定統計量

$$T = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{\frac{m+n}{mn(m+n-2)}(mS_X^2 + nS_Y^2)}}$$
$$= \frac{60 - 55}{\sqrt{\frac{21+41}{21 \times 41(21+41-2)}(21 \times 144 + 41 \times 225)}}$$
$$= 1.304$$

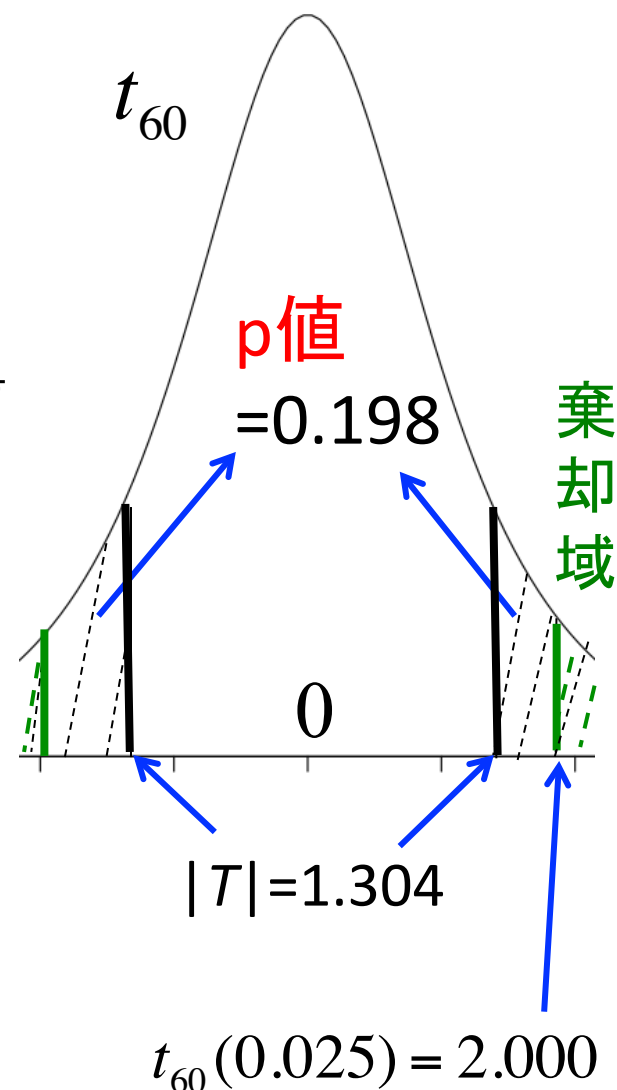
ρ値  $p = 2 \times P(T \geq 1.304)$   
 $= 2 \times 0.099 = \underline{0.198} > 0.05$

上側2.5%点  $\underline{t_{60}(0.025) = 2.000} > \underline{|T|}$

帰無仮説  $\mu_1 = \mu_2$  は棄却できない(受容する).

よって,

A学科とB学科の試験成績に差があるとは言えない



参考

# エクセルでやってみる

エクセルで

t-検定を試してみる

t-分布の確率を求める

平均・分散・標準偏差を求める

## 参考

# エクセルで t 検定など

## t検定

T.TEST(\*\*\*, \*\*\*, \*\*\*, \*\*\*)だけでOK

## t分布からの確率を求める

TDIST(x, n, \*\*\*)で計算できる

## 平均値など

AVERAGE(\*\*\*)で平均値を求める

VAR.P (\*\*\*)で分散を求める

STDEV.P(\*\*\*) or SQRT(VAR.P (\*\*\*))で標準偏差を求める

# 参考

## エクセルで t 検定

T.TEST("配列1", "配列2", "尾部", "検定種類")だけでOK

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3			A組	B組			
4		学生数	8	8			
5		得点	59	45			
6			79	42			
7			51	47			
8			54	24			
9			54	32			
10			53	38			
11			46	42			
12			54	50			
13		平均値	56.25	40.00			
14		標準偏差	9.88	8.50			
15							
16		T.TEST	=T.TEST(C5:C12,D5:D12,2,2)				
17			T.TEST(配列1, 配列2, 尾部, 検定の種類)				
18							

配列1: Xのデータ

配列2: Yのデータ

尾部: 1 -- 片側検定

2 -- 両側検定

検定の種類

1: ---

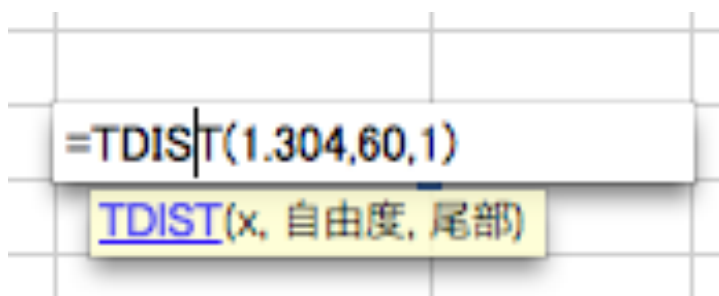
2: t検定(等分散)

3: t検定(ウェルチの方法)

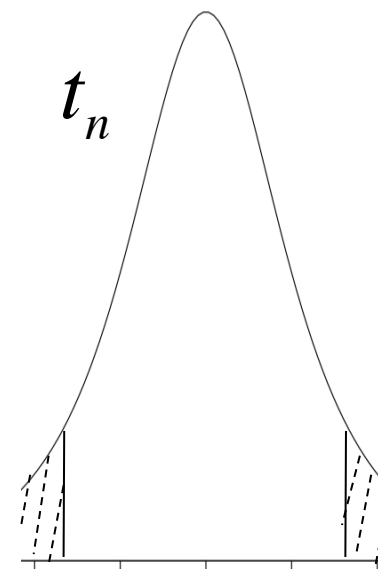
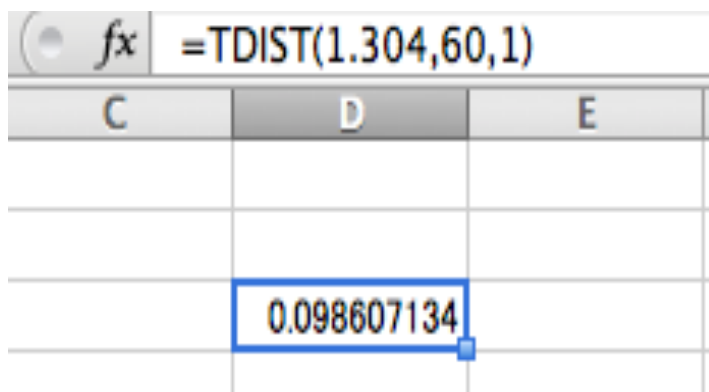
## 参考

# エクセルで t分布の確率を求める

TDIST(x, “自由度”, “尾部”) で計算できる



x : 横軸の値  
自由度: t分布の自由度  
尾部 : 1-- 片側の確率  
2-- 両側の確率



自由度nのt分布の確率密度関数

## 参考

# エクセルで 平均値などを求める

- AVERAGE(“データ”)で平均値を求める
- VAR.P (“データ”)で分散を求める
- STDEV.P(“データ”)で標準偏差を求める

	A	B	C	D		A	B	C	D		A	B	C	D
36					36					36				
37			A組	B組	37			A組	B組	37			A組	B組
38	学生数		8	8	38	学生数		8	8	38	学生数		8	8
39	得点		59	45	39	得点		59	45	39	得点		59	45
40			79	42	40			79	42	40			79	42
41			51	47	41			51	47	41			51	47
42			54	24	42			54	24	42			54	24
43			54	32	43			54	32	43			54	32
44			53	38	44			53	38	44			53	38
45			46	42	45			46	42	45			46	42
46			54	50	46			54	50	46			54	50
47	平均値		=AVERAGE(C39:C46)		47	平均値		56.25	40.00	47	平均値		56.25	40.00
48	分散		85.44	63.25	48	分散		=VAR.P(C39:C46)		48	分散		85.44	63.25
49	標準偏差		9.24	7.95	49	標準偏差		=SQRT(VAR.P(C39:C46))		49	標準偏差		9.24	
50			9.24		50			9.24		50			9.24	

参考 VAR: 不偏分散, STDEV: 不偏分散の平方根



# 今日学んだこと

- 母平均の差の検定 (t-検定)
- エクセルで t検定

# 演習

参考: 藤澤洋徳「確率と統計」p.162

普通のエサと新しいエサがネズミの体重に及ぼす影響を調べたい. 5匹のネズミにそれぞれのエサを与えて, 体重を量った.

普通のエサ: 58, 54, 53, 49, 56

新しいエサ: 62, 59, 60, 56, 63

ネズミの体重は正規分布に従うとして, 普通のエサと新しいエサが体重に及ぼす影響に差があるかを有意水準5%で検定せよ. ただし, 2つの群で分散は等しいとする. また, 自由度8のt分布に従う確率変数Tについて,

$P(T \leq -3.08) = 0.0076$  となることと,  $\sqrt{3.8} \cong 1.95$  を使ってよい.

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2, \quad \bar{X} = ?, S_X^2 = ?, m = 5$$

$$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2, \quad \bar{Y} = ?, S_Y^2 = ?, n = 5$$

# レポート課題（練習問題6.2改）

2つの工場A, Bで同一の製品をそれぞれ10個作って重さを量った. **A工場: 7, 8, 8, 8, 8, 9, 10, 10, 10, 12**

**B工場: 9, 10, 10, 10, 11, 11, 11, 12, 13, 13**

A, B両工場で作られた製品の重さに差があると言えるか, 有意水準5%で検定せよ. **ただし, それぞれの工場において, 製品の重さは正規分布に従い, 分散は等しいとする. また, 自由度18のt分布に従う確率変数Tについて,**

**$P(T \leq -3.17) = 0.0027$  となることと,  $\sqrt{0.4} \cong 0.63$  を使ってよい. 検定統計量の値は小数第二位まで求めればよい.**

**提出日: 次回の講義開始時**

講義資料: [http://board.obihiro.ac.jp/~kayano/lecture\\_stat26.html](http://board.obihiro.ac.jp/~kayano/lecture_stat26.html)